Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

PAUTAS PARA EL DISEÑO DE INSTRUCCIÓN DEL PROFESOR CON LA CALCULADORA CLASSPAD FX-CP400

Diana del Carmen Torres Corrales
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional,
diana.torres@cinvestav.mx

Jesús Eduardo Hinojos Ramos
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional,
jesus.hinojos@cinvestav.mx

Resumen

El presente laboratorio da un ejemplo de cómo diseñar la instrucción del profesor para un tópico de su labor profesional con el uso de tecnología. La calculadora (ClassPad fx-CP400) es una herramienta que permite representar y facilitar la significación de conceptos matemáticos. Tomamos como ejemplo uno de los principales modelos utilizados en la Ingeniería, el modelo lineal, el cual incluye expresiones algebraicas de grado uno, tales como ecuaciones e inecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones y valor absoluto. El uso de la calculadora mencionada consideramos, con evidencia empírica, permitirá generar interés e inclusión dentro de las matemáticas y del sistema educativo para los estudiantes de nuevo ingreso a Ingeniería; además de incluir una variedad de maneras de entender, visualizar y comunicar el comportamiento de fenómenos de interés en la Matemática.

Palabras clave: diseño instruccional, tecnología, modelo lineal, Ingeniería, ClassPad fx-CP400**.**

1. PROPÓSITO Y ALCANCE

Este laboratorio tiene como propósito presentar al profesor (en formación o en servicio) un ejemplo de diseño instruccional, donde la tecnología funja como facilitador entre los elementos involucrados en la significación de la Matemática a través del uso de las gráficas.

Se toma como caso particular el aula de matemáticas en Ingeniería en el tema de modelo lineal, que involucra las expresiones algebraicas de grado uno (ecuaciones e inecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones y valor absoluto) y las diferentes formas de representarlas. La herramienta tecnológica puesta en uso es la calculadora ClassPad fx-CP400, puesto que permite realizar operaciones aritméticas y algebraicas, así como la graficación y la visualización de los parámetros implicados. Se toma como referencia del tema, la propuesta del libro de Cuevas (2016) aplicada como prueba piloto alrededor de 45 grupos de clases de la asignatura de Fundamentos de Matemáticas durante tres semestres y un verano académico en los años escolares 2015 y 2016. Los estudiantes que cursaron dicha asignatura eran 1350 aproximadamente y correspondían al nuevo ingreso de programas de Ingeniería del Instituto Tecnológico de Sonora.

Dillon (2012) nos menciona que, desde el inicio de la Ingeniería, los ingenieros desarrollaron y utilizaron modelos para representar de manera conveniente ciertos compartimentos de su interés, tales representaciones se convirtieron gradualmente en una forma de hablar y pensar propia de su comunidad, lo que figuró con el paso del tiempo en una práctica compartida. De esta forma, los ingenieros incluyen una variedad de maneras de entender, visualizar y comunicar el comportamiento de sistemas que están diseñando y construyendo, incluyendo tablas, diagramas, dibujos, modelos matemáticos y modelos a escala, para con ello dar una idea de cómo funciona un sistema, prediciendo y explicando su comportamiento.

Es por ello que, en la formación matemática de los estudiantes de Ingeniería, se presenta de manera continua el uso de representaciones simbólicas, algebraicas y gráficas de modelos que incorporan el fenómeno bajo estudio. Uno de los principales modelos utilizados en Ingeniería por su simplicidad es el modelo lineal, el cual es visto en las distintas asignaturas de matemáticas y de especialización, como una herramienta que permite predecir, explicar y asociar el comportamiento de fenómenos.

Este laboratorio está dirigido a profesores (en formación o en servicio) de los niveles medio superior o superior, interesados en la incorporación de los recursos tecnológicos para el diseño instruccional en el aula de matemáticas. Siendo deseable que tengan nociones del uso de otras herramientas tecnológicas, tales como software o calculadoras graficadoras.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. La tecnología

Moreno (2005) relata las tres transiciones cognitivas mayores que habla en su libro M. Donald, *Origins of the Modern Mind* de 1993. Las transiciones han generado un nuevo sistema de representación de la realidad, las cuales tiene que ver de manera importante con la memoria. La primera transformación, *fase mimética*, constituye el empleo del cuerpo como sistema de representación, donde el *Homo Erectus* tuvo la capacidad de evocar sucesos de su entorno sin lenguaje, y además fabricar utensilios; de la primera transformación se produjo la simbiosis entre memoria, herramientas y vida social. En la segunda transformación, *fase mítica*, el hombre logra consolidar y profundizar la vida en comunidad a través de los sistemas articulados de signos sonoros hasta el lenguaje. La tercera transformación, *fase de las representaciones externas*, se inicia la elaboración de un soporte de la memoria que supera los límites dados por la biología, comienza la transformación tecnológica de la memoria, "entendiendo por tecnología el empleo del conocimiento para hacer cosas de una forma que resulte reproducible" (Moreno, 2005, p.1).

2.2. Visualización y graficación

La actividad de visualizar requiere la construcción de un espacio de referencia, en el cual las representaciones de los objetos matemáticos sean interrelacionadas. Visualizar es la habilidad de construir significados como un articulador entre lo que se ve y se aprende. En Matemática Educativa, desde que los recursos computacionales son accesibles a la comunidad en general, la mayoría de los trabajos relacionados a visualización involucran el uso de recursos tecnológicos para propiciar actividades cognitivas (Acuña, 2012).

Es de interés especial la graficación para la Matemática, su uso en el sistema escolar radica en la necesidad de relacionar representaciones gráficas y algebraicas para la significación de conceptos. Los ambientes escolares donde se da la graficación son: (1) la construcción utilizando la relación entre dos variables de una ecuación (utilizar tablas de valores como parejas de puntos que se ubican en un plano cartesiano), (2) graficación a través de operaciones gráficas (aplicar transformaciones a una gráfica base a partir de la modificación de ciertos parámetros en la ecuación) y (3) el uso de la graficación por medio de simulaciones utilizando tecnología (Suárez, 2014).

2.3. Socioepistemología

Este laboratorio se plantea desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, donde consideramos que será posible observar usos y argumentaciones que dan los participantes en el entorno tecnológico, cuando lleven a cabo diseños donde la graficación sea la base para la construcción del conocimiento matemático. Lo anterior, está basado en las investigaciones de Cordero (2011), donde se hace explícito el papel de la graficación como una práctica social, puesto que esta se observa tanto en ámbitos escolares como no escolares por la necesidad de interpretar información (fenómenos, problemas, entre otros). Así también, el autor nos menciona que la tecnología permite entender aspectos y formas de la actividad humana que transforman o resignifican las relaciones funcionales que se involucran en ambientes gráficos.

La resignificación progresiva o apropiación del conocimiento es uno de los principios de la Teoría Socioepistemológica, en el cual se establece que el conocimiento matemático se construye a través de significaciones, las cuales no son estáticas, sino que están en constante evolución, de acuerdo a los contextos donde está en uso el conocimiento matemático, por lo que la significación es funcional, relativa y contextual (Cantoral, 2013).

Las actividades por desarrollar en el laboratorio, tomando como base a la Socioepistemología, consistirán en dos tipos, en la primera, se dará una breve introducción al uso de la calculadora, con la finalidad de familiarizar a los asistentes con la herramienta tecnológica; en la segunda, se elaborarán diseños, por parte de los profesores, donde se profundizará en el uso de las gráficas como argumentos para significar la matemática en los estudiantes.

3. MÉTODO

El laboratorio constará de tres sesiones, con una duración de hora y media cada una, estas a su vez se dividirán en distintos momentos, donde se organizará a modo de taller con estrategias de trabajo individual, grupal y de exposición magistral.

3.1. Primera sesión

Durante la primera sesión se presentará a los facilitadores del laboratorio, el propósito, alcances y objetivo que se pretende y el marco teórico que respalda al mismo, así como una reflexión inicial colectiva donde se mencionarán las transiciones de la sociedad desde el punto de vista del desarrollo tecnológico.

En un segundo momento, se discutirá con los asistentes respecto a la incorporación de la tecnología en el aula de matemáticas y sus experiencias utilizándola en la práctica docente, así como las consideraciones que ellos tienen al respecto del uso de calculadoras graficadoras y software.

En un tercer momento se presentará el equipo tecnológico con el cual se trabajarán las sesiones del taller y se expondrá de manera magistral cuáles son sus funciones, bondades y ventajas con respecto a otras herramientas con similares capacidades, proporcionando a los participantes material impreso como apoyo.

3.2. Segunda sesión

La segunda sesión corresponderá a ejemplificar el uso de la calculadora y su incorporación en el aula de clases de matemáticas, tomando el caso de la asignatura de Fundamentos de Matemáticas del Instituto Tecnológico de Sonora con la propuesta didáctica de Cuevas (2016).

ISSN: 2594-1046

Durante la sesión se trabajarán los ejercicios de esta, su resolución de manera tradicional y con la calculadora con la finalidad de que los asistentes obtengan familiaridad con ella, y reflexionen acerca del apoyo que representa la herramienta tecnológica.

Finalmente se discutirá sobre cómo elaborar un diseño de instrucción, donde la calculadora se incorpore como un elemento que permita significar la Matemática, mediante la incorporación de los elementos teóricos descritos anteriormente.

3.3. Tercera sesión

La tercera sesión estará enfocada al trabajo por equipos, donde los profesores harán uso de la calculadora para elaborar un diseño de instrucción para el tema de su elección, el cual presentarán a los demás equipos para debatir y contrastar las distintas estrategias empleadas.

4. DISEÑOS DIDÁCTICOS

En este apartado, se mostrarán algunas de las actividades que se realizarán durante las tres sesiones del laboratorio.

4.1. Manejando la Calculadora fx-CP400

Para el diseño se utiliza el emulador de la calculadora para PC Windows, sin embargo, las instrucciones y pasos son las mismas que las utilizadas en la calculadora.

Encender la calculadora y esperar a que esta cargue el sistema, una vez que termine deberá mostrarse la siguiente pantalla (ver figura 1).

Seleccionar la opción Main (indicada como un ícono rojo en la parte superior central de la pantalla) presionándola con el stylus, esto abrirá el programa de manejo algebraico principal y es con base en este programa como se desarrollará la actividad; la pantalla deberá mostrarse como se indica en la figura 2; en caso de no aparecer en blanco, siga las instrucciones del Apéndice 1 (material que se dará durante el taller).

En la parte inferior de la Pantalla Main, se tiene un menú de configuraciones que podemos modificar para trabajar con cuestiones relacionadas con el Cálculo y nuestras preferencias, a continuación, se describen los efectos que tiene cada configuración, para el presente taller trabajaremos en: Standard/Real/Rad.

ISSN: 2594-1046

Figura 1: Pantalla principal de la calculadora.

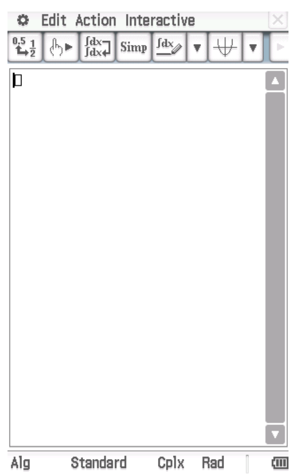

Figura 2: Pantalla principal de la opción Main.

Al presionar con el stylus sobre ellas, observará que cambia el modo de presentar/recibir la información en la calculadora, en este sentido se tiene:

- Standard/Decimal, Standard muestra las fracciones en notación $\frac{p}{q}$, mientras que Decimal mostrará las primeras 10 cifras decimales después del punto de manera predeterminada.
- Real/Cplx: Real, al trabajar con polinomios muestra las soluciones reales de las ecuaciones, mientras que Cplx, muestra tanto las soluciones reales como las soluciones imaginarias.

ISSN: 2594-1046

- Rad/Deg/Gra: Rad trabaja los ángulos en radianes (la división del arco de una circunferencia en fracciones de π), Deg trabaja los ángulos en grados sexagesimales (la división de la circunferencia en 360° unidades de 1° cada una), mientras que Grad (grados centesimales) trabaja la división de la circunferencia en 400 partes.

En la figura 3 se muestran los ejemplos de lo anteriormente mencionado.

2/3

$$\frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$

$$0.6666666667$$

Solve(x^3+x^2+x)

$$\{x=0\}$$

Solve(x^3+x^2+x)

$$\left\{x=0,\ x=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}\cdot i}{2},\ x=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right.$$

Figura 3: Ejemplos de la configuración de la calculadora.

Nota: Si aparece una flecha enseguida de algún renglón, al presionar sobre ella con el stylus se ve el resto del renglón.

Presione el botón *Keyboard* (su ubicación se muestra en la figura 4), ubique el menú *Math1*, *Trig* y *abc*, ya que estos son los que utilizaremos en los siguientes pasos, para desactivar el teclado presione nuevamente el botón *Keyboard*.

Figura 4: Ubicación del botón Keyboard, en el apéndice 2 se describen sus funciones.

5. TRABAJO CON EXPRESIONES ALGEBRÁICAS DE GRADO UNO

Por medio de la pantalla principal (Main) de la calculadora fx-CP400, se ejemplificarán diversas técnicas relacionadas con el tema de expresiones algebraicas de grado uno, en un primer momento se trabajará sobre las cuestiones del álgebra: simplificación de expresiones y despejes para la solución de ecuaciones de una incógnita y la interpretación de los resultados.

Uno de los ejemplos que se resolverá es:

$$\sqrt{x-3} = \sqrt{2x+6}$$

Donde el resultado de despejar la variable x es $x = -9$, sin embargo, la calculadora mostrará como respuesta la figura 5 (si la calculadora está configurada en reales):

$\text{solve}(\sqrt{x-3}=\sqrt{2x+6})$

No Solution

Figura 5: Ejemplo de solución de expresiones algebraicas.

Esto se debe que al sustituir el valor de $x = -9$ en ambos lados de la ecuación, se obtiene:

$$\sqrt{-9-3} = \sqrt{2(-9)+6} = \sqrt{-12} = \pm 2\sqrt{3}i$$

Es decir, se tiene como resultado un número complejo, el que normalmente no se aprecia de forma evidente si el trabajo se realiza de forma manual, pues se espera sólo un resultado numérico, mas no la comprobación de dicho resultado con el contexto del problema.

Otros ejemplos que se trabajarán en la sesión se muestran en la figura 6:

$\text{Solve}(6x-5=(4x+3))$

$\{x=4\}$

$\text{Solve}(4-\frac{3}{x}=6-\frac{5}{x})$

$\{x=1\}$

$\text{Solve}(\sqrt{x-7}=\sqrt{2x+4})$

$\{x=-11\}$

Figura 6: Ejemplo de ejercicios de expresiones algebraicas.

En relación con la resolución de sistemas de ecuaciones de 2x2, se mostrará mediante el uso de la calculadora cómo graficar las ecuaciones que conforman al sistema e interpretar que la solución del mismo consiste en encontrar el punto donde ambas ecuaciones tienen el mismo valor, tanto para x como para y, es decir, la intersección de ambas rectas o bien, si ambas rectas no se intersecan en ningún punto, dicho sistema no tiene solución.

ISSN: 2594-1046

Un ejemplo que ilustra lo anterior es el sistema de ecuaciones conformado por:

$$39x - 91y = -28$$
$$6x - 14y = 7$$

Al resolverlo mediante el uso de la calculadora se obtiene lo expuesto en la figura 7.

$$\left\{\begin{array}{l}39x-91y=-28\\6x-14y=7\end{array}\right|_{x,y}$$

No Solution

Figura 7: Ejemplo de sistema de ecuaciones lineales de 2x2 inconsistente.

Lo cual puede comprobarse gráficamente con las herramientas de la calculadora (ver figura 8).

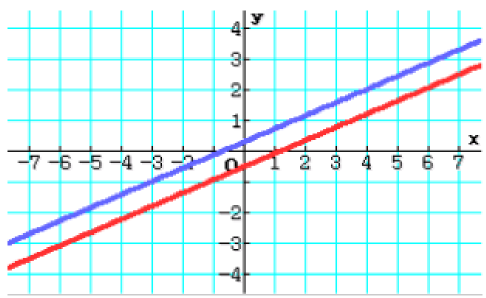

Figura 8: Solución gráfica de un sistema inconsistente.

En el caso de sistemas donde la solución existe, se mostrarán tanto los métodos de solución por medio de álgebra como la visualización del punto donde ambas rectas se intersecan, por ejemplo, en el caso del sistema de ecuaciones:

$$3x + 4y = 5$$
$$2x - 3y = -8$$

Donde la resolución algebraica se realiza de distintas maneras (ver figura 9).

Solve({3x+4y=5, 2x−3y=−8}, ▶

{x=−1, y=2}

$$\left\{\begin{array}{l}3x+4y=5\\2x-3y=-8\end{array}\right|_{x,y}$$

{x=−1, y=2}

Figura 9: Ejemplo de sistema de ecuaciones lineales de 2x2 consistente.

Gráficamente, se muestran ambas rectas y se identifica la solución del sistema por medio del punto de intersección (ver figura 10).

ISSN: 2594-1046

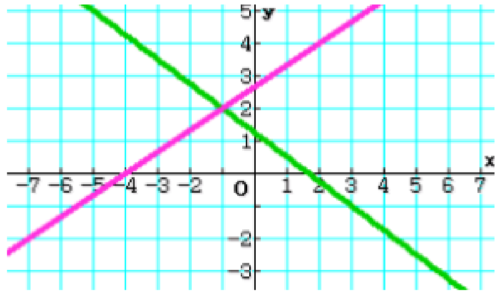

Figura 10: Solución gráfica de un sistema consistente.

Para el caso de los sistemas de ecuaciones de 3x3, se mostrará cómo resolverlos algebraicamente mediante el uso de las herramientas integradas en la calculadora, por ejemplo, el sistema:

$$\begin{gathered} 2x + y = 5 \\ -3x + 2z = 7 \\ 3y - 8z = 5 \end{gathered}$$

La resolución mediante el uso de la calculadora se muestra en la figura 11.

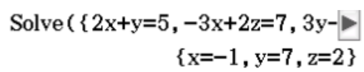

Figura 11: Ejemplo de sistema de ecuaciones lineales de 3x3.

Otra de las cuestiones que se trabajarán es la resolución de inecuaciones unilaterales, bilaterales y con valor absoluto, por ejemplo: $\frac{5}{2}x - 4 \leq 2$; $-4 < 4x + 6 < 2$; $|2x + 6| < 4$.

Algebraicamente se observarán las soluciones de dichas inecuaciones (ver figura 12).

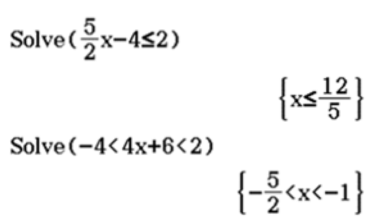

Figura 12: Ejemplo de inecuaciones lineales.

Y se trabajará con la interpretación gráfica de los resultados que proporciona la calculadora, el cual se presenta como una condición de falso-verdadero (0-1) dependiendo del intervalo de solución donde la inecuación es válida (ver figura 13).

ISSN: 2594-1046

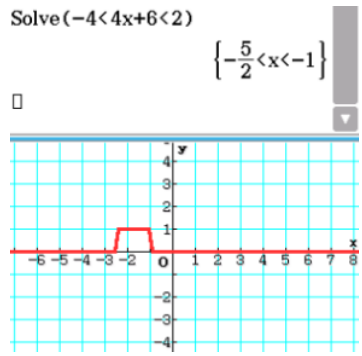

Figura 13: Solución gráfica de inecuaciones

En el caso de inecuaciones con valores absolutos, se mostrará cómo resolverlas, reescribirlas como una inecuación bilateral y cómo interpretar gráficamente su solución utilizando los comandos y opciones de la calculadora (ver figura 14).

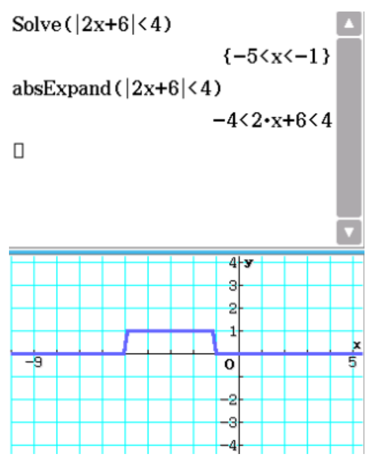

Figura 14: Solución de inecuaciones con valor absoluto.

De esta forma, se ilustrará que la calculadora no sólo permite resolver las cuestiones, sino que la interpretación de los resultados gráficos, simbólicos y numéricos dados por la herramienta tecnológica permiten amplificar el trabajo matemático mental. Posterior al trabajo de familiarización con la calculadora, se mostrará de manera general, cuáles son las consideraciones que se deben tomar en cuenta al diseñar una clase donde se incorpore el uso de la tecnología: sus momentos, pertinencia, disponibilidad y espacio. Finalmente, en conjunto con los facilitadores del curso, los profesores elaborarán un diseño para instrucción de un tema por equipos, para ser desarrollado con las calculadoras y expuesto a los participantes del laboratorio.

ISSN: 2594-1046

6. CONSIDERACIONES FINALES

Consideramos pertinente la realización de este laboratorio, para que el profesor se familiarice con el uso de la calculadora fx-CP400 y su incorporación al diseño instruccional del aula de clase de matemáticas. También porque con este laboratorio se presenta como ejemplo la inclusión de la tecnología como facilitador en la significación de un tema básico para el nivel medio superior y superior, el modelo lineal. De manera relevante, mencionamos la potencialidad que brinda la calculadora fx-CP400 al vincular representaciones algebraicas y graficas de valores reales y complejos, presentándolos de manera amigable al usuario.

7. AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a CASIO Académico México y al Instituto Tecnológico de Sonora, por hacer posible el escenario y los medios para la realización de este laboratorio.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acuña, C. (2012). *La visualización como forma de ver en matemáticas; un acercamiento a la investigación*. España: Gedisa.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. España: Gedisa.

Cordero, F. (2011). La modelación y la graficación en la matemática escolar. En L. Rodríguez, R. Quintero, y A. Hernández (Coords), *Razonamiento Matemático. Epistemología de la Imaginación (Re)pensando el papel de la Epistemología en la Matemática Educativa* (pp. 377-399), España-México: Gedisa-Cinvestav.

Cuevas, O. (2016). *Aplicaciones de las matemáticas mixtas a la educación*. México: Tabook.

Dillon, C. (2012). Models: What Do Engineers See in Them? En C. *Bissell* y C. *Dillon* (Eds), *Mathematical and Other Modelling in Engineering and Technology Ways of Thinking, Ways of Seeing* (pp. 47-69), Berlín: Springer.

Moreno, L. (2005). *Cognición, Mediación y Tecnología.Matemática Educativa*. México: Cinvestav-IPN.

Suárez, L. (2014). *Modelación-Graficación para la Matemática Escolar*. México: Díaz de Santos